Technische Universität Berlin

Abt. I – Studierenden Service
Studienkolleg / Preparatory Course

Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Eignung ausländischer Studienbewerber zum Hochschulstudium im Lande Berlin

- Fachhochschulzweig -

Wintersemester 2012/13

Physik

Von den folgenden 6 Aufgaben sind 2 Aufgaben aus der Mechanik und 2 Aufgaben aus der Elektrizitätslehre zu bearbeiten. Pro Aufgabe sind 20 Punkte zu erreichen.

Für schlechte äußere Form können pro Aufgabe 10 % der erreichbaren Punkte abgezogen werden!

Bearbeitungszeit:	**3, 5 Stunden**
Erlaubte Hilfsmittel:	**Formelsammlung; Taschenrechner; einsprachiges, deutsches Wörterbuch**

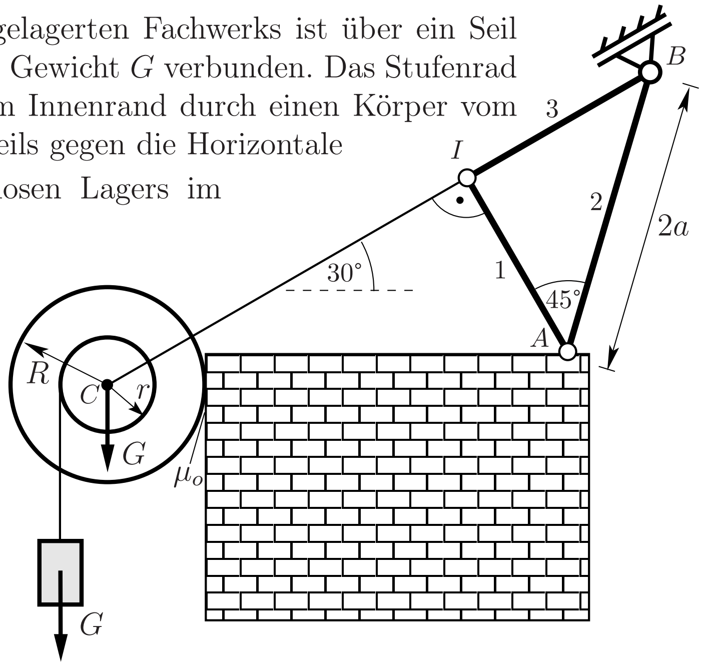
Name: ______________________________

Kurs / Prüfungsgruppe: ______________________________

Aufgabe 1: Statik starrer Körper

Aufgabe 1.1: Stabwerk und Haftung

Der Knoten I des in den Punkten A und B gelagerten Fachwerks ist über ein Seil mit dem Schwerpunkt C eines Stufenrades vom Gewicht G verbunden. Das Stufenrad haftet an einer Wand (Haftzahl μ_o) und ist am Innenrand durch einen Körper vom Gewicht G belastet. Der Neigungswinkel des Seils gegen die Horizontale beträgt 30°. Die Bewegungsmöglichkeit des losen Lagers im Punkt B ist parallel zum Fachwerkstab 3.

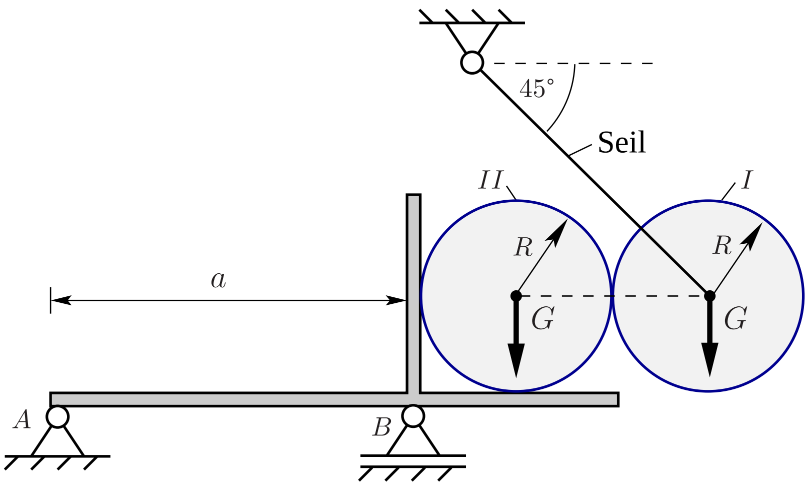


(a) Schneiden Sie das Stufenrad frei und berechnen Sie die Seil-, Haft- und Normalkraft an dem Stufenrad.
Wie groß muss μ_o mindestens sein, damit sich das Stufenrad nicht dreht? **(7 Punkte)**

(b) Bestimmen Sie die Stabkräfte des Fachwerks und geben Sie an, ob *Zug* oder *Druck* vorliegt. **(3 Punkte)**

Gegeben: $r = \frac{1}{2}R$, $G = 2\,\text{kN}$

Aufgabe 1.2: Kontaktkräfte und Gleichgewicht am Balken



Die durch ein Seil gehaltene rechte Kugel I vom Gewicht G drückt auf eine gleich schwere Kugel II vom Radius R. Diese zweite Kugel liegt auf einem Balkensystem, das in den Punkten A und B gelagert ist.

(a) Schneiden Sie das Balkensystem und die beiden Kugeln einzeln frei. Bestimmen Sie dann die Kontaktkraft zwischen den beiden Kugeln sowie die Kräfte zwischen Kugel II und dem Balkensystem. **(6 Punkte)**

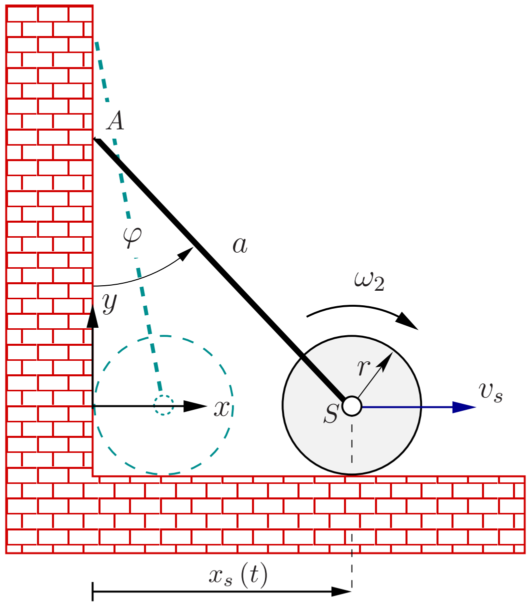
(b) Ermitteln Sie die Lagerkräfte in den Punkten A und B. **(4 Punkte)**

Gegeben: $R = 0,5\,\text{m}$; $a = 3\,\text{m}$; $G = 5\,\text{kN}$

Aufgabe 2: Kinematik

Aufgabe 2.1: Starrkörperkinematik

Ein Rad vom Radius r bewegt sich rein rollend mit der *konstanten* (Schwerpunkts-)Geschwindigkeit v_s auf einer horizontalen Ebene. Im Mittelpunkt S ist eine Stange der Länge a gelenkig angebracht, deren linker Endpunkt A an einer Wand vertikal nach unten gleitet. Die Bewegung beginnt zur Zeit $t = 0\,\mathrm{s}$ aus der gestrichelten Lage.



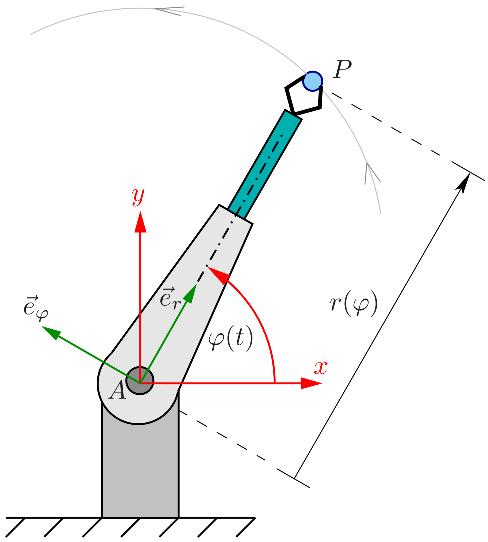
(a) Ermitteln Sie die Schwerpunktskoordinate x_s als Funktion der Zeit t und geben Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_2 des Rades an. **(2 Punkte)**

(b) Berechnen Sie (allgemein) die Geschwindigkeit des Stangenendpunktes A mit Hilfe des *Gesetzes der Starrkörperbewegung*. Geben Sie anschließend die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ der Stange als Funktion des Winkels φ an, indem Sie die Tatsache ausnutzen, dass sich der Stangenendpunkt A nur in die *vertikale Richtung* bewegen kann. **(4 Punkte)**

(c) Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit der Stange bei einem Winkel von $\varphi = 30\,°$?
Nach welcher Zeit T erreicht die Stange ihre *horizontale Lage* ($\varphi = 90\,°$)?
Zeichnen Sie den Momentanpol der Stange (M_I) und den Momentanpol des Rades (M_{II}) in der gezeigten Lage in nebenstehende Abbildung ein. **(4 Punkte)**

Gegeben: a, r, $v_s = \text{const.}$

Aufgabe 2.2: Punktkinematik



Der Arm eines Industrieroboters rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_o um die z-Achse. Er ändert seine Länge nach dem Gesetz

$$r\,(\varphi) \;=\; r_o\,(1 + 0,5\sin\varphi)\;.$$

Die Greifvorrichtung (Zange) am Ende des Roboterarms hält einen kleinen Körper P fest. Zum Anfangszeitpunkt $t = 0\,\mathrm{s}$ war der Winkel $\varphi = 0$.

(a) Stellen Sie den Ortsvektor $\vec{r}_P$ zum Zeitpunkt t in der kartesischen Basis $\langle \vec{e}_x,\, \vec{e}_y,\, \vec{e}_z\rangle$ dar und berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}_P\,(t)$ *(ohne Zahlenwerte)*. **(4 Punkte)**

(b) Wie lauten der Ortsvektor $\vec{r}_P\,(t)$ und die Geschwindigkeit $\vec{v}_P\,(t)$ ausgedrückt über die mitdrehende Basis $\langle \vec{e}_r,\, \vec{e}_\varphi,\, \vec{e}_z\rangle$ *(ohne Zahlenwerte)*? **(3 Punkte)**

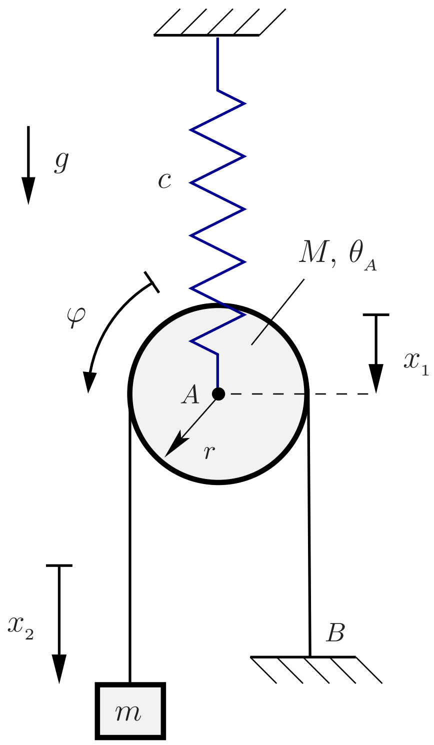
(c) Nach welcher Zeit T hat sich der Roboterarm um $135\,°$ gedreht und wie groß ist in diesem Augenblick die Geschwindigkeit des Punktes P dargestellt in der Basis $\langle \vec{e}_r,\, \vec{e}_\varphi,\, \vec{e}_z\rangle$? Geben Sie auch die Bahngeschwindigkeit an. **(3 Punkte)**

Gegeben: $r_o = 1\,\mathrm{m}$, $\omega_o = 0,5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

Aufgabe 3: Kinetik

Aufgabenteil 3.1: Schwerpunkt- und Drallsatz

Die gezeigte Kreisscheibe (Masse M, Massenträgheitsmoment θ_A) ist im Mittelpunkt A über eine Feder der Steifigkeit c mit der Umgebung verbunden. Ein am Rand der Kreisscheibe geführtes Seil ist im Punkt B ebenfalls an der Umgebung befestigt und trägt am anderen Ende einen Körper der Masse m. Durch geeignete Anfangsbedingungen übt das System freie Schwingungen aus. Zum Zeitpunkt $t = 0\,\mathrm{s}$ seien alle Koordinaten *gleich Null* und die Feder ungespannt. Das zu jeder Zeit auf Zug beanspruchte Seil haftet am Außenrand der Kreisscheibe und ist als masselos und undehnbar anzusehen.



(a) Stellen Sie alle notwendigen kinematischen Beziehungen als Funktion von $\dot{x}_2(t)$ auf. **(2 Punkte)**

(b) Schneiden Sie die beiden Körper einzeln frei und ermitteln Sie mit Hilfe des Schwerpunkt- und Drallsatzes die Bewegungsgleichung des Systems in Abhängigkeit von der Koordinate x_2. Berücksichtigen Sie dabei die Zusammenhänge $\theta_A = \frac{1}{2}Mr^2$ und $M = 2m$ (Bitte keine Zahlenwerte einsetzen!). **(9 Punkte)**

Aufgabenteil 3.2: Freie, ungedämpfte Schwingungen

Durch eine Transformation auf die statische Ruhelage mit einer neuen Koordinate $x(t)$ erhalten wir für das unter Aufgabenteil 3.1. skizzierte System die folgende lineare, homogene Bewegungsdifferenzialgleichung:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{7m}\,x(t) \quad = \quad 0\,.$$

(a) Geben Sie die Eigenkreisfrequenz ω, die Frequenz f und die Periodendauer T der Schwingbewegung an (mit Zahlenwerten). **(3 Punkte)**

(b) Zeigen Sie, dass $$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$ eine Lösung der gegebenen Bewegungsdifferenzialgleichung ist und passen Sie die Lösung den Anfangsbedingungen $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = v_o$ an. **(6 Punkte)**

Gegeben: $r,\ g,\ M = 2m,\ \theta_A = \frac{1}{2}Mr^2,\ m = 2\,\mathrm{kg},\ c = 224\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}},\ \dot{x}(0) = v_o = 10\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}},\ x(0) = 0$

Aufgabe 4: Elektrisches Feld

Im Vakuum befindet sich ein Plattenkondensator mit rechteckigen Platten (siehe Abb. 1). Folgende Werte sind bekannt

Plattenabstand:	s	$=$	$5\,\text{mm}$
Spannung zwischen den Platten:	U	$=$	$5\,\text{V}$
Elektr. Feldkonstante:	ε_0	$=$	$8,8542 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{As}}{\text{Vm}}$
Plattenlänge:	ℓ	$=$	$40\,\text{mm}$
Plattenbreite:	b	$=$	$25\,\text{mm}$

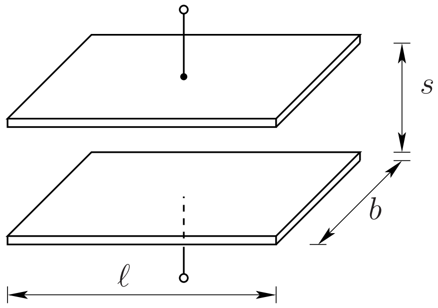


Abb. 1

(a) Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators, die Ladung auf den Platten, die elektrische Feldstärke, die Flächenladungsdichte und die im Feld des geladenen Kondensators gespeicherte Energie. **(6 Punkte)**

(b) In der Mitte des Kondensators befindet sich ein Elektron. Wie groß ist die Coulombkraft auf das Elektron? Berechnen Sie die Beschleunigung, die das Elektron durch die Coulombkraft erfährt.

Masse des Elektrons:	m_{El}	$=$	$9,1094 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$
Elementarladung:	e	$=$	$1,6022 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$

(4 Punkte)

(c) Gegeben ist die in Abb. 2 dargestellte Schaltung mit den folgenden Werten:

$C_1 = 600\,\text{pF}$ $\quad C_2 = 600\,\text{pF}$

$C_3 = 1,2\,\text{nF}$ $\quad C_4 = 1,4\,\text{nF}$

$C_5 = 350\,\text{pF}$ $\quad U_{\text{Ges}} = 24\,\text{V}$

Berechnen Sie die Gesamtkapazität C_{Ges} sowie Q_2 und U_2 für den Kondensator der Kapazität C_2.

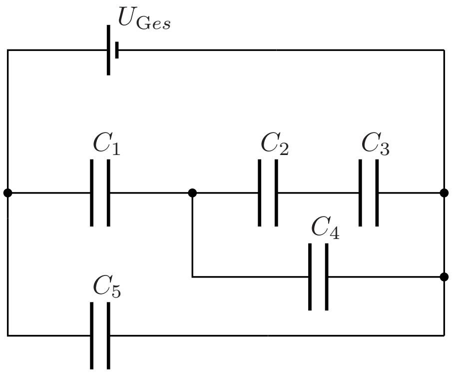


Abb. 2

(10 Punkte)

Aufgabe 5: Netzwerkberechnung

(a) Gegeben ist das in Abb. 1 dargestellte Netzwerk.
Stellen Sie für die Maschenströme I_a, I_b und I_c mit den angegebenen Zählrichtungen ein *lineares Gleichungssystem (LGS)* auf. Rechnen Sie das Gleichungssystem nicht aus.

(4,5 Punkte)

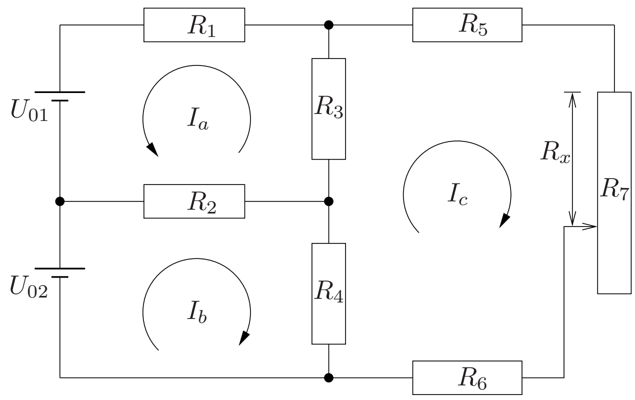


Abb. 1

(b) Nun wird die Quelle 2 aus der Schaltung entfernt (siehe Abb. 2). Außerdem sind folgende Zahlenwerte gegeben:

$R_1 = 0,8\,\Omega$ $\quad R_2 = 1,2\,\Omega$

$R_3 = 6,0\,\Omega$ $\quad R_4 = 0,7\,\Omega$

$R_5 = 0,2\,\Omega$ $\quad R_6 = 0,1\,\Omega$

$R_7 = 5,0\,\Omega$ $\quad U_{01} = 24,0\,\text{V}$

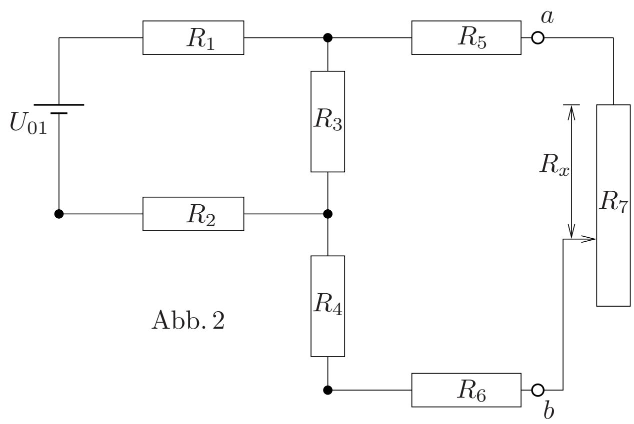


Abb. 2

Berechnen Sie zunächst für $R_{x,1} = 2,0\,\Omega$ den Strom $I_{x,1}$, die Spannung $U_{x,1}$ und die Leistung $P_{x,1}$.
Berechnen Sie anschließend den Strom $I_{x,2}$ und die Spannung $U_{x,2}$ für $R_{x,2} = 5,0\,\Omega$.

Ermitteln Sie aus den Zahlenpaaren $(U_{x,1},\ I_{x,1})$ und $(U_{x,2},\ I_{x,2})$ den Innenwiderstand R_i und die Leerlaufspannung U_o einer bezüglich der Klemmen a und b äquivalenten Ersatzspannungsquelle und berechnen Sie den Kurzschlussstrom dieser Quelle.

(11,5 Punkte)

(c) Der Widerstand R_7 besteht aus einem Eisendraht mit der Querschnittsfläche A und hat bei 20°C den Wert $R_7 = 5,0\,\Omega$. Wie lang ist der Draht? Wie groß ist R_7 bei 50°C?

Gegeben: $A = 1\,\text{mm}^2$; $\rho_{\text{Eisen}} = 0,1\,\frac{\Omega\text{mm}^2}{\text{m}}$; $\alpha_{\text{Eisen}} = 6,1\cdot 10^{-3}\,\text{K}^{-1}$ **(4 Punkte)**

Aufgabe 6: Magnetisches Feld

Die Abbildung 1 zeigt einen Eisenkern mit drei Schenkeln. Der Eisenquerschnitt beträgt an allen Stellen $A = 400\,\mathrm{mm}^2$. Die Permeabilitätszahl des Materials kann im linearen Teil der Magnetisierungskennlinie ($B \leq 1\,\mathrm{T}$) als $\mu_r = 3000$ angenommen werden.
Es gilt $\mu_o = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}$.

(a) Auf dem Mittelschenkel ist eine Spule mit $N = 300$ Windungen aufgebracht. Bei welchem Spulenstrom wird im Mittelschenkel die Flussdichte $B = 1\,\mathrm{T}$ erzeugt? **(9 Punkte)**

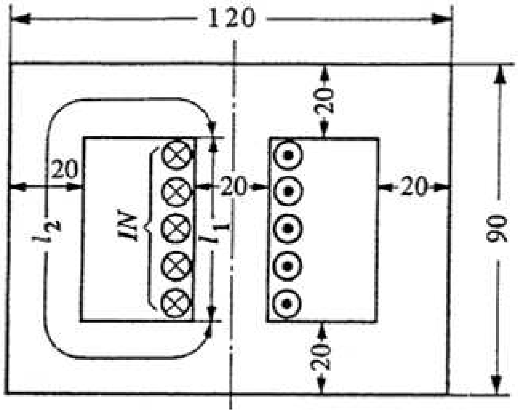


Abbildung 1

(b) Welchen Wert in mH(enry) hat die Induktivität der Spule? **(4,5 Punkte)**

(c) Eine Spule hat die Induktivität $L = 500\,\mathrm{mH}$. Der Strom durch die Spule nimmt innerhalb von $5\,\mathrm{ms}$ gleichmäßig von $I_A = 100\,\mathrm{mA}$ auf $I_E = 0$ ab.
Berechnen Sie die in der Spule induzierte Selbstinduktionsspannung und den zugehörigen Spannungsstoß.
Wie ändert sich die induzierte Spannung, wenn die Windungszahl der Spule verdoppelt wird und alle übrigen Parameter unverändert bleiben? **(6,5 Punkte)**