Technische Universität Berlin

Abt. I – Studierenden Service
Studienkolleg / Preparatory Course

Schriftliche Prüfung zur Feststellung der Eignung ausländischer Studienbewerber zum Hochschulstudium im Lande Berlin

- Universitätszweig -

Wintersemester 2012/13

Physik

Von den folgenden 6 Aufgaben sind 2 Aufgaben aus der Mechanik und 2 Aufgaben aus der Elektrizitätslehre zu bearbeiten.
Pro Aufgabe sind 20 Punkte zu erreichen.

Für schlechte äußere Form können pro Aufgabe 10 % der erreichbaren Punkte abgezogen werden!

Bearbeitungszeit:	**3, 5 Stunden**
Erlaubte Hilfsmittel:	**Formelsammlung; Taschenrechner; einsprachiges, deutsches Wörterbuch**

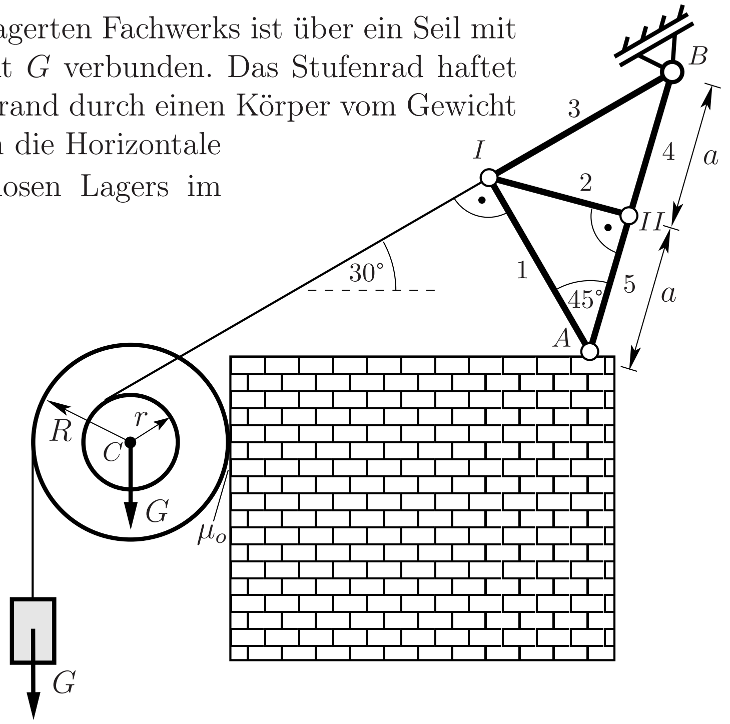
Name: ______________________________

Kurs / Prüfungsgruppe: ______________________________

Aufgabe 1: Statik starrer Körper

Aufgabe 1.1: Stabwerk und Haftung

Der Knoten I des in den Punkten A und B gelagerten Fachwerks ist über ein Seil mit dem Innenrand eines Stufenrades vom Gewicht G verbunden. Das Stufenrad haftet an einer Wand (Haftzahl μ_o) und ist am Außenrand durch einen Körper vom Gewicht G belastet. Der Neigungswinkel des Seils gegen die Horizontale beträgt 30°. Die Bewegungsmöglichkeit des losen Lagers im Punkt B ist parallel zum Fachwerkstab 3.

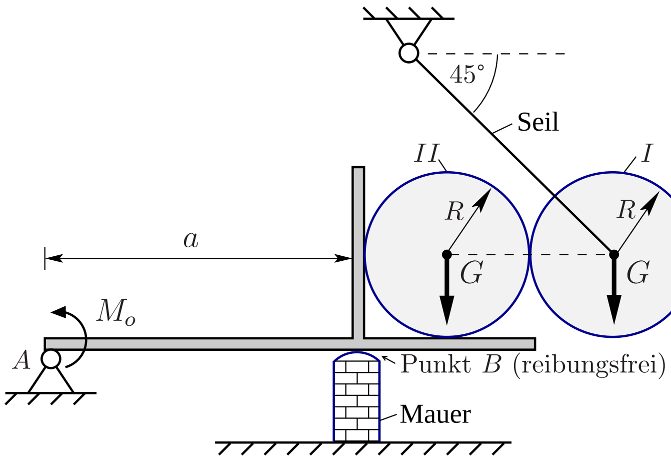


(a) Schneiden Sie das Stufenrad frei und berechnen Sie die Seil-, Haft- und Normalkraft an dem Stufenrad.
Wie groß muss μ_o mindestens sein, damit sich das Stufenrad nicht dreht? **(7 Punkte)**

(b) Bestimmen Sie die Stabkräfte des Fachwerks und geben Sie an, ob *Zug* oder *Druck* vorliegt. **(3 Punkte)**

Gegeben: $r = \frac{1}{2}R$, $G = 2\,\text{kN}$

Aufgabe 1.2: Kontaktkräfte und Gleichgewicht am Balken



Die durch ein Seil gehaltene rechte Kugel I vom Gewicht G drückt auf eine gleich schwere Kugel II vom Radius R. Diese zweite Kugel liegt auf einem Balkensystem, das im Punkt A gelenkig gelagert ist und im Punkt B **reibungsfrei** auf einer Mauer aufliegt. Das Balkensystem wird durch ein Moment M_o belastet.

(a) Schneiden Sie das Balkensystem und die beiden Kugeln einzeln frei. Bestimmen Sie dann die Kontaktkraft zwischen den beiden Kugeln sowie die Kräfte zwischen Kugel II und dem Balkensystem. **(6 Punkte)**

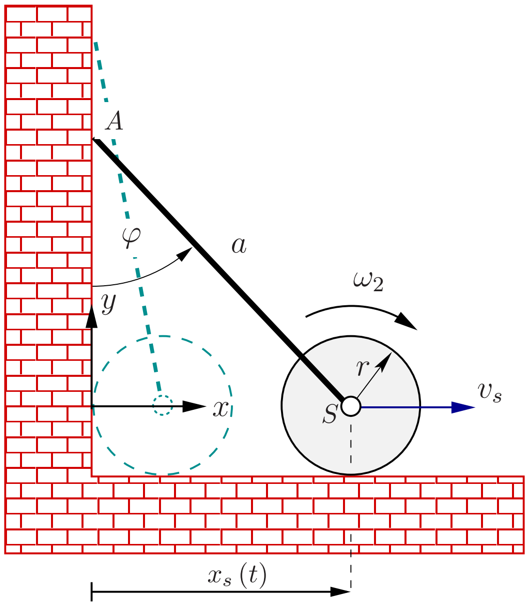
(b) Ermitteln Sie die Lagerkräfte in den Punkten A und B. Wie groß darf das Moment M_o maximal werden, damit der Balken nicht von der Mauer abhebt? **(4 Punkte)**

Gegeben: $R = 0,5\,\text{m}$; $a = 3\,\text{m}$; $G = 5\,\text{kN}$; $M_o = 6\,\text{kNm}$

Aufgabe 2: Kinematik

Aufgabe 2.1: Starrkörperkinematik

Ein Rad vom Radius r bewegt sich rein rollend mit der *konstanten* (Schwerpunkts-)Geschwindigkeit v_s auf einer horizontalen Ebene. Im Mittelpunkt S ist eine Stange der Länge a gelenkig angebracht, deren linker Endpunkt A an einer Wand vertikal nach unten gleitet. Die Bewegung beginnt zur Zeit $t = 0\,\mathrm{s}$ aus der gestrichelten Lage.



(a) Ermitteln Sie die Schwerpunktskoordinate x_s als Funktion der Zeit t und geben Sie die Winkelgeschwindigkeit ω_2 des Rades an. **(2 Punkte)**

(b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Stangenendpunktes A mit Hilfe des *Gesetzes der Starrkörperbewegung*. Geben Sie anschließend die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$ der Stange als Funktion des Winkels φ an, indem Sie die Tatsache ausnutzen, dass sich der Stangenendpunkt A nur in die *vertikale Richtung* bewegen kann. **(4 Punkte)**

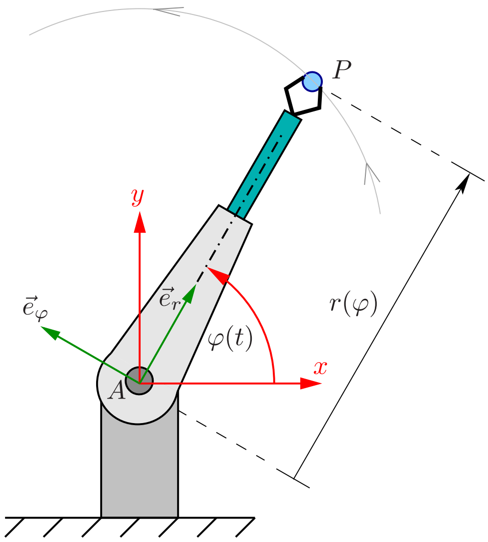
(c) Wie groß ist die Winkelgeschwindigkeit der Stange bei einem Winkel von $\varphi = 30\,°$?
Nach welcher Zeit T erreicht die Stange ihre *horizontale Lage* und wie groß ist in diesem Moment ihre Winkelgeschwindigkeit?
Zeichnen Sie den Momentanpol (M) der Stange in der gezeigten Lage in nebenstehende Abbildung ein. **(4 Punkte)**

Gegeben: a, r, $v_s = \mathrm{const.}$

Aufgabe 2.2: Punktkinematik

Der Arm eines Industrieroboters rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω_o um die z-Achse. Er ändert seine Länge nach dem Gesetz

$$r(\varphi) \;=\; r_o\,(1 + 0{,}5\sin\varphi) \quad \text{mit} \quad \varphi \in [\,0,\,2\pi\,)\,.$$



Die Greifvorrichtung (Zange) am Ende des Roboterarms hält einen kleinen Körper P fest. Zum Anfangszeitpunkt $t = 0\,\mathrm{s}$ war der Winkel $\varphi = 0$.

(a) Stellen Sie den Ortsvektor $\vec{r}_P$ zum Zeitpunkt t in der kartesischen Basis $\langle \vec{e}_x,\, \vec{e}_y,\, \vec{e}_z \rangle$ dar und berechnen Sie die Geschwindigkeit $\vec{v}_P\,(t)$ *(ohne Zahlenwerte)*. **(4 Punkte)**

(b) Wie lauten der Ortsvektor $\vec{r}_P\,(t)$ und die Geschwindigkeit $\vec{v}_P\,(t)$ ausgedrückt über die mitdrehende Basis $\langle \vec{e}_r,\, \vec{e}_\varphi,\, \vec{e}_z \rangle$ *(ohne Zahlenwerte)*? **(3 Punkte)**

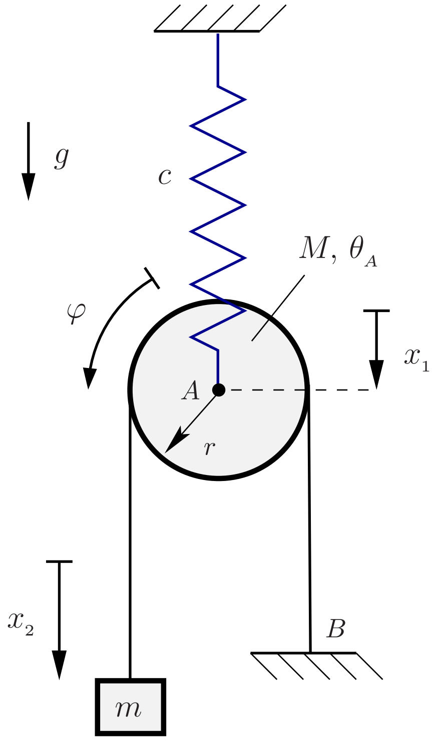
(c) Wie groß ist der Winkel $\varphi \in [\,0,\,2\pi\,)$, wenn der Roboterarm zum *zweiten* Mal die (gegebene) Länge $\hat{r}$ erreicht? Ermitteln Sie für diesen Augenblick die Geschwindigkeit des Punktes P in der Basis $\langle \vec{e}_r,\, \vec{e}_\varphi,\, \vec{e}_z \rangle$? Geben Sie auch die Bahngeschwindigkeit an. **(3 Punkte)**

Gegeben: $r_o = 1\,\mathrm{m}$, $\hat{r} = \frac{4+\sqrt{2}}{4}\,\mathrm{m}$, $\omega_o = 0{,}5\,\frac{1}{\mathrm{s}}$

Aufgabe 3: Kinetik

Aufgabenteil 3.1: Schwerpunkt- und Drallsatz

Die gezeigte Kreisscheibe (Masse M, Massenträgheitsmoment θ_A) ist im Mittelpunkt A über eine Feder der Steifigkeit c mit der Umgebung verbunden. Ein am Rand der Kreisscheibe geführtes Seil ist im Punkt B ebenfalls an der Umgebung befestigt und trägt am anderen Ende einen Körper der Masse m. Durch geeignete Anfangsbedingungen übt das System freie Schwingungen aus. Zum Zeitpunkt $t = 0\,\text{s}$ seien alle Koordinaten *gleich Null* und die Feder ungespannt. Das zu jeder Zeit auf Zug beanspruchte Seil haftet am Außenrand der Kreisscheibe und ist als masselos und undehnbar anzusehen.



(a) Stellen Sie alle notwendigen kinematischen Beziehungen als Funktion von $\dot{x}_2(t)$ auf. **(2 Punkte)**

(b) Schneiden Sie die beiden Körper einzeln frei und ermitteln Sie mit Hilfe des Schwerpunkt- und Drallsatzes die Bewegungsgleichung des Systems in Abhängigkeit von der Koordinate x_2. Berücksichtigen Sie dabei die Zusammenhänge $\theta_A = \frac{1}{2}Mr^2$ und $M = 2m$ (Bitte keine Zahlenwerte einsetzen!). **(8 Punkte)**

Aufgabenteil 3.2: Freie, ungedämpfte Schwingungen

Durch eine Transformation auf die statische Ruhelage mit einer neuen Koordinate $x(t)$ erhalten wir für das unter Aufgabenteil 3.1. skizzierte System die folgende lineare, homogene Bewegungsdifferenzialgleichung:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{7m}\,x(t) \quad = \quad 0\,.$$

(a) Geben Sie die Eigenkreisfrequenz ω, die Frequenz f und die Periodendauer T der Schwingbewegung an (mit Zahlenwerten). **(3 Punkte)**

(b) Zeigen Sie, dass $$x(t) = A\cos(\omega t) + B\sin(\omega t)$$ eine Lösung der gegebenen Bewegungsdifferenzialgleichung ist und passen Sie die Lösung den Anfangsbedingungen $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = v_o$ an. **(5 Punkte)**

(c) Zeichnen Sie den graphischen Verlauf der Koordinate x über die Zeit t für $0 \le t \le 4\,\text{s}$. Achten Sie auf eine quantitativ korrekte Achsenbemaßung. **(2 Punkte)**

Gegeben: $r,\ g,\ M = 2m,\ \theta_A = \frac{1}{2}Mr^2,\ m = 2\,\text{kg},\ c = 224\,\frac{\text{N}}{\text{m}},\ \dot{x}(0) = v_o = 10\,\frac{\text{cm}}{\text{s}},\ x(0) = 0$

Aufgabe 4: Elektrisches Feld

Im Vakuum befindet sich ein Plattenkondensator mit rechteckigen Platten (siehe Abb. 1). Folgende Werte sind bekannt

Plattenabstand:	s	$=$	$5\,\text{mm}$
Spannung zwischen den Platten:	U	$=$	$5\,\text{V}$
Elektr. Feldkonstante:	ε_0	$=$	$8,8542 \cdot 10^{-12}\,\frac{\text{As}}{\text{Vm}}$
Plattenfläche:	A	$=$	$10^{-3}\,\text{m}^2$

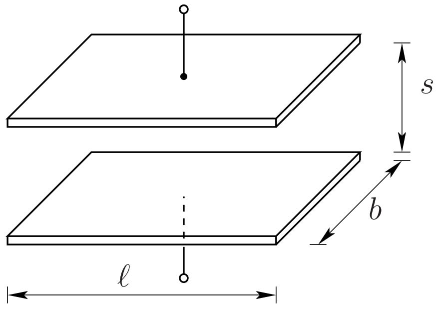


Abb. 1

(a) Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators, die Ladung auf den Platten und die im Feld des geladenen Kondensators gespeicherte Energie. **(4,5 Punkte)**

(b) Ein Elektron fliegt mit der Geschwindigkeit v_A in der Mitte parallel zu den Platten in den Kondensator hinein, wird um die Strecke h seitlich abgelenkt und verlässt den Kondensator mit der Geschwindigkeit v_E und dem Ablenkwinkel α (Abb. 2).

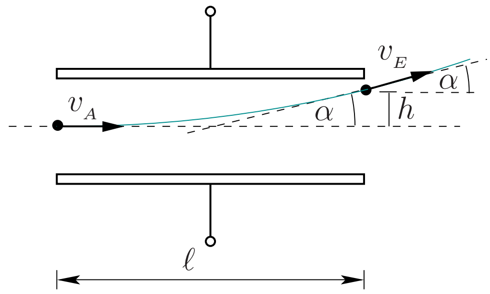


Abb. 2

Anfangsgeschwindigkeit:	v_A	$=$	$1,048457 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$
Seitliche Abkenkung:	h	$=$	$2\,\text{mm}$
Endgeschwindigkeit:	v_E	$=$	$1,0518068 \cdot 10^7\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

Berechnen Sie den Ablenkwinkel α, die Länge ℓ und die Breite b der Kondensatorplatten sowie die Zeit, die das Elektron zum Durchfliegen des Kondensators benötigt. **(5 Punkte)**

(c) Berechnen Sie die beim Durchfliegen des Kondensators am Elektron verrichtete Arbeit W_{Elektron}.
Ermitteln Sie die kinetische Energie des Elektrons beim Hineinfliegen in den Kondensator ($E_{\text{Kin, A}}$) und beim Verlassen des Kondensators ($E_{\text{Kin, E}}$). Vergleichen Sie $E_{\text{Kin, E}} - E_{\text{Kin, A}}$ mit W_{Elektron}.

Masse des Elektrons:	m_{El}	$=$	$9,1094 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$
Elementarladung:	e	$=$	$1,6022 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$

(4,5 Punkte)

(d) Der Kondensator wird entsprechend Abb. 3a bzw. Abb. 3b zur Hälfte mit einem Dielektrikum mit $\varepsilon_r = 3$ gefüllt. Berechnen Sie für beide Fälle die Gesamtkapazität.

(6 Punkte)

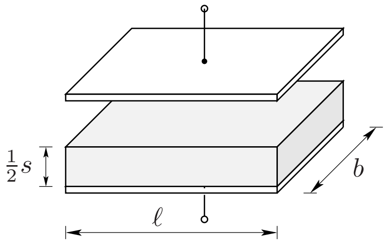


Abb. 3a

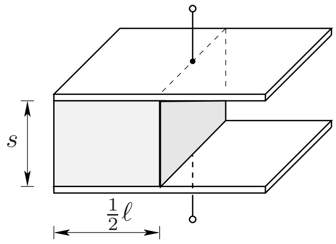


Abb. 3b

Aufgabe 5: Netzwerkberechnung

(a) Gegeben ist das in Abb. 1 dargestellte Netzwerk.
Stellen Sie für die Maschenströme I_a, I_b und I_c mit den angegebenen Zählrichtungen ein *lineares Gleichungssystem (LGS)* auf. Rechnen Sie das Gleichungssystem nicht aus.

(4,5 Punkte)

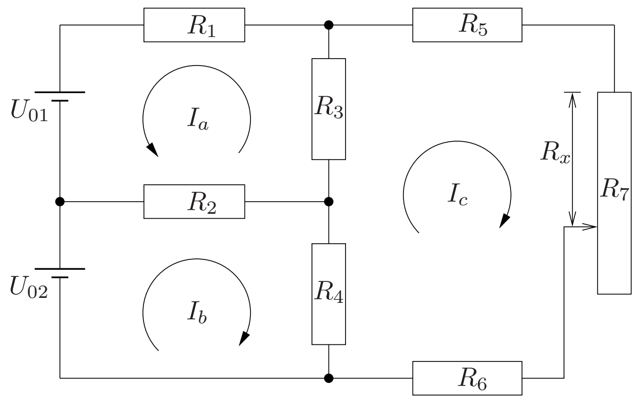


Abb. 1

(b) Nun wird die Quelle 2 aus der Schaltung entfernt (siehe Abb. 2). Außerdem sind folgende Zahlenwerte gegeben:

$R_1 = 0,8\,\Omega$	$R_2 = 1,2\,\Omega$
$R_3 = 6,0\,\Omega$	$R_4 = 0,7\,\Omega$
$R_5 = 0,2\,\Omega$	$R_6 = 0,1\,\Omega$
$R_7 = 5,0\,\Omega$	$U_{01} = 24,0\,\mathrm{V}$

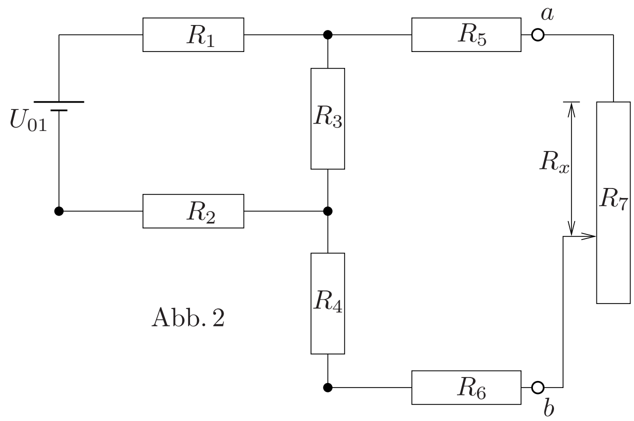


Abb. 2

Berechnen Sie für $R_{x,1} = 2,0\,\Omega$ den Strom $I_{x,1}$ und die Spannung $U_{x,1}$. Wiederholen Sie die Rechnung für $R_{x,2} = 5,0\,\Omega$.

Ermitteln Sie aus den Zahlenpaaren $(U_{x,1},\ I_{x,1})$ und $(U_{x,2},\ I_{x,2})$ den Innenwiderstand R_i und die Leerlaufspannung U_o einer bezüglich der Klemmen a und b äquivalenten Ersatzspannungsquelle und berechnen Sie den Kurzschlussstrom dieser Quelle.
Für welchen Wert von R_x gibt die Quelle maximale Leistung ab? Berechnen Sie diese Maximalleistung.

(11,5 Punkte)

(c) Der Widerstand R_7 besteht aus einem Eisendraht mit der Querschnittsfläche A und hat bei 20°C den Wert $R_7 = 5,0\,\Omega$. Wie lang ist der Draht? Bei welcher Temperatur hat R_7 einen um 25 % größeren Wert?

Gegeben: $A = 1\,\mathrm{mm}^2$; $\rho_{\text{Eisen}} = 0,1\,\frac{\Omega\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$; $\alpha_{\text{Eisen}} = 6,1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{K}^{-1}$ **(4 Punkte)**

Aufgabe 6: Magnetisches Feld

Die Abbildungen 1a und 1b zeigen jeweils einen Eisenkern mit drei Schenkeln. Der Eisenquerschnitt beträgt an allen Stellen $A = 400\,\text{mm}^2$. Die Permeabilitätszahl des Materials kann im linearen Teil der Magnetisierungskennlinie ($B \leq 1\,\text{T}$) als $\mu_r = 3000$ angenommen werden. Es gilt $\mu_o = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}\,\frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$.

(a) Auf dem Mittelschenkel ist eine Spule mit $N = 300$ Windungen aufgebracht. Bei welchem Spulenstrom wird im Mittelschenkel die Flussdichte $B = 1\,\text{T}$ erzeugt? **(6 Punkte)**

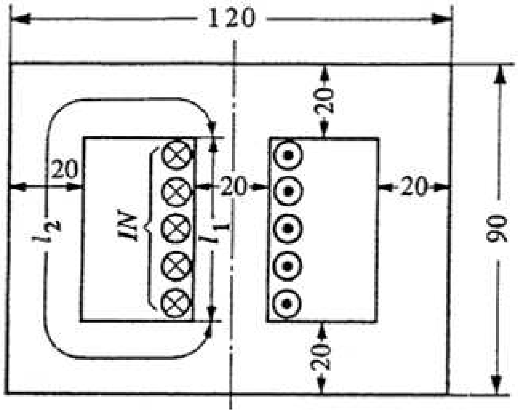


Abbildung 1a

(b) Welcher Strom wäre erforderlich, wenn die Spule aus Abbildung 1a anstatt auf dem Mittelschenkel auf einem Außenschenkel (siehe Abbildung 1b) aufgebracht wäre und die Flussdichte innerhalb der Spule weiterhin $B = 1\,\text{T}$ betragen soll? **(7 Punkte)**

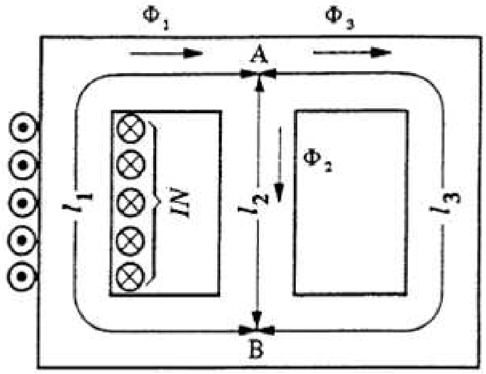


Abbildung 1b

(c) Welchen Wert in mH(enry) hat die Induktivität der Spule aus Abbildung 1a? **(3 Punkte)**

(d) Eine Spule hat die Induktivität $L = 500\,\text{mH}$. Der Strom durch die Spule nimmt innerhalb von $5\,\text{ms}$ gleichmäßig von $I_A = 100\,\text{mA}$ auf $I_E = 0$ ab.
Berechnen Sie die in der Spule induzierte Selbstinduktionsspannung und den zugehörigen Spannungsstoß.
Wie ändert sich die induzierte Spannung, wenn die Windungszahl der Spule verdoppelt wird und alle übrigen Parameter unverändert bleiben? **(4 Punkte)**