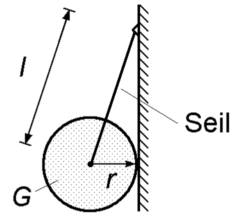
**Studienkolleg**
*Physik* M-Kurs
**Beispielaufgaben für den Test zum Wechsel vom 1. ins 2. Semester**

Technische Universität Berlin

## Aufgabe 1

Eine Kugel mit dem Gewicht $G = 100\,\mathrm{N}$ und dem Radius $r = 10\,\mathrm{cm}$ hängt an einem Seil an einer Wand. Das Seil hat die Länge $l = 30\,\mathrm{cm}$ und ist im Mittelpunkt der Kugel befestigt. Die Oberflächen der Kugel und der Wand sind sehr glatt, so dass Reibungskräfte vernachlässigt werden können.




Bestimmen Sie die Kräfte, mit denen die Kugel am Seil zieht und auf die Wand drückt.

## Aufgabe 2

Am Seil eines Kranes hängt in der Höhe $H = 50\,\mathrm{m}$ eine Last im Ruhezustand. Um die Last auf den Erdboden zu bringen, lässt der Kranführer das Seil mit einer konstanten Beschleunigung $a_A = 1\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ nach unten sinken. Wenn die Höchstgeschwindigkeit $v_{max} = 5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ erreicht ist, bewegt sich das Seil mit konstanter Geschwindigkeit weiter. Kurz vor dem Erreichen des Erdbodens wird das Seil mit einer konstanten Beschleunigung $a_B = -1\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ gebremst, so dass die Last genau am Erdboden zur Ruhe kommt.

Bestimmen Sie

a) die Länge des Anfahrweges mit der Beschleunigung $a_A$,

b) die Länge des Bremsweges mit der Beschleunigung $a_B$,

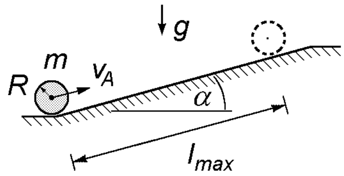
c) die Länge des Weges mit konstanter Geschwindigkeit $v_{max}$,

d) die Zeitdauer, bis die Last den Erdboden erreicht.

Hinweise: Skizzieren Sie den Kran und markieren Sie die einzelnen Abschnitte der Bewegung. Stellen Sie die Bewegung auch in $t, s$-, $t, v$- und $t, a$-Diagrammen grafisch dar (qualitativ).

## Aufgabe 3

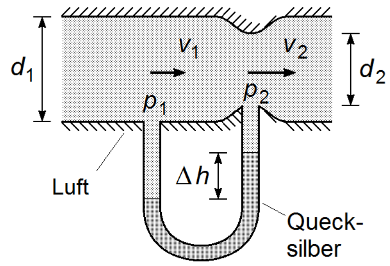
Eine Kugel (Radius $R$, Masse $m$, Massenträgheitsmoment $J = \frac{2}{5}\,m R^2$) rollt mit der Anfangsgeschwindigkeit $v_A = 2{,}0\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ einen Hang (Neigungswinkel $\alpha = 20°$) hinauf.




Bestimmen Sie mithilfe des Energiesatzes die maximale Wegstrecke $l_{max}$, die die Kugel auf dem Hang zurücklegt, bevor sie wieder nach unten rollt.

## Aufgabe 4

In einem kreisrunden Rohr (Durchmesser $d_1 = 80\,\mathrm{mm}$) strömt Luft (Dichte $\rho_L = 0,0012\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$). An einer Stelle verringert sich der Durchmesser auf $d_2 = 60\,\mathrm{mm}$, dort befindet sich außerdem eine Öffnung in der Rohrwand, die mit dem rechten Schenkel eines U-Rohr-Manometers verbunden ist. Der linke Schenkel des Manometers ist an eine zweite Öffnung in der Rohrwand angeschlossen, die links von der Querschnittsverengung liegt. Das Manometer ist mit Quecksilber (Dichte $\rho_Q = 13,6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$) gefüllt, der Höhenunterschied zwischen den Quecksilberspiegeln im linken und rechten Schenkel beträgt $\Delta h = 5\,\mathrm{mm}$.




a) Bestimmen Sie den Druckunterschied $\Delta p = p_1 - p_2$ zwischen den Öffnungen 1 und 2.

b) Bestimmen Sie den Volumenstrom $\dot{V}$ im Rohr.

Hinweise: Schreiben Sie die Bernoulli-Gleichung zwischen den Querschnitten 1 und 2 auf, drücken Sie anschließend die Geschwindigkeit $v_2$ mithilfe der Kontinuitätsgleichung durch die Geschwindigkeit $v_1$ aus, und berechnen Sie dann die Geschwindigkeit $v_1$.

## Lösungen

*Aufgabe 1*

*Gleichgewichtsbedingung:*

$$\vec{S} + \vec{G} + \vec{W} = \vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{bmatrix} S\,\sin(\alpha) \\ S\,\cos(\alpha) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -W \\ 0 \end{bmatrix}$$

*Winkel zwischen Seil und Wand:*

$$\sin(\alpha) = \frac{r}{l} = \frac{1}{3} \approx 0,333 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \sin^{-1}(1/3) = 19,4^\circ \quad \Rightarrow \quad \cos(\alpha) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \approx 0,942$$

*Kraft im Seil und Kraft zwischen Kugel und Wand:*

$$S = \frac{G}{\cos(\alpha)} \approx 106\,\mathrm{N}\ , \quad W = G\,\tan(\alpha) \approx 35,4\,\mathrm{N}$$

*Aufgabe 2*

*Anfahrvorgang:*

$a(t) = a_A\ ,\ \ v(t) = a_A\,t\ ,\ \ s(t) = \frac{1}{2}\,a_A\,t^2$

*Gleichförmige Bewegung:*

$a(t) = 0\ ,\ \ v(t) = v_{max}\ ,\ \ s(t) = v_{max}\,(t - t_A) + s_A$

*Bremsvorgang:*

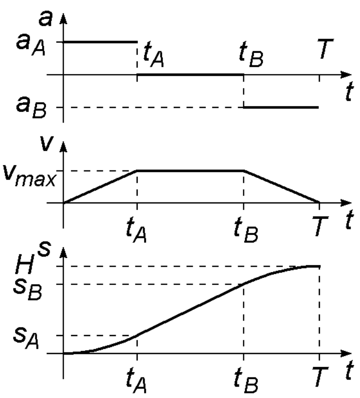
$a(t) = a_B\ ,\ \ v(t) = a_B\,(t - t_B) + v_{max}\ ,\ \ s(t) = \frac{1}{2}\,a_B\,(t - t_B)^2 + v_{max}\,(t - t_B) + s_B$

a) *Bedingung für die Dauer des Anfahrvorgangs:*

$$v(t_A) = a_A\,t_A \overset{!}{=} v_{max} \quad \Rightarrow \quad t_A = \frac{v_{max}}{a_A} = 5\,\mathrm{s}$$

*Länge des Anfahrweges:*

$$s_A = s(t_A) = \tfrac{1}{2}\,a_A\,t_A^2 = \frac{v_{max}^2}{2\,a_A} = 12,5\,\mathrm{m}$$




b) *Bedingung für die Dauer des Bremsvorgangs:*

$$v(T) = a_B\,(T - t_B) + v_{max} \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \quad T - t_B = -\frac{v_{max}}{a_B} = 5\,\mathrm{s}$$

*Länge des Bremsweges:*

$$s(T) = \tfrac{1}{2}\,a_B\,(T - t_B)^2 + v_{max}\,(T - t_B) + s_B \overset{!}{=} H$$

$$\Rightarrow \quad H - s_B = -\frac{v_{max}^2}{2\,a_B} = 12,5\,\mathrm{m}$$

c) *Länge des Weges mit konstanter Geschwindigkeit:*

$$s_B - s_A = H - (H - s_B) - s_A = 25\,\mathrm{m}$$

d) *Gesamte Fahrtdauer:*

$$s_B - s_A = s(t_B) - s_A = v_{max}\,(t_B - t_A) \quad \Rightarrow \quad t_B - t_A = \frac{s_B - s_A}{v_{max}} = 5\,\mathrm{s}$$

$$\Rightarrow \quad T = (T - t_B) + (t_B - t_A) + t_A = 15\,\mathrm{s}$$

*Aufgabe 3*

*Energiesatz:*

$$\frac{1}{2}\,m\,v_A^2 + \frac{1}{2}\,J\,\omega_A^2 + 0 = 0 + 0 + m\,g\,h_{max}$$

*Rollbedingung:*

$$v_A = \omega_A\,R \quad \Rightarrow \quad J\,\omega_A^2 = \frac{2}{5}\,m\,R^2\,\omega_A^2 = \frac{2}{5}\,m\,v_A^2$$

*Geometrie:*

$$h_{max} = l_{max}\,\sin\alpha \quad \Rightarrow \quad l_{max} = \frac{7\,v_A^2}{10\,g\,\sin\alpha} = 0,835\,\mathrm{m}$$

*Aufgabe 4*

a) *Hydrostatische Druckverteilung:*

$$\Delta p = \rho_Q\,g\,\Delta h \approx 667\,\mathrm{Pa}$$

b) *Kontinuitätsgleichung:*

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2}\,v_1 = \frac{d_1^2}{d_2^2}\,v_1 = \frac{16}{9}\,v_1$$

*Bernoulli-Gleichung:*

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_L} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho_L}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2}\left(\frac{256}{81} - 1\right)v_{m1}^2 = \frac{p_1 - p_2}{\rho_L} \quad \Rightarrow \quad v_1 = \sqrt{\frac{163}{175}\,\frac{\Delta p}{\rho_L}} \approx 22,8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

$$\dot{V} = v_1\,A_1 = v_1\,\pi\,\frac{d_1^2}{4} \approx 0,114\,\mathrm{m^3\,s^{-1}} \approx 114\,\mathrm{l\,s^{-1}}$$