

Name:

Erreichte Punktzahl: \_\_\_\_ von \_\_\_\_ entspricht \_\_\_\_ %

Kurs:

### 1. Gleichungen und Ungleichungen

- a) Lösen Sie die folgenden Gleichungen nach  $x$  auf!

$$\sqrt{3^{4x-4}} = \frac{3^{x+1}}{3}$$

und

$$2^{5x-7} = 8$$

- b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung!  $|x - 4| + 2x \leq 1$

### 2. Funktionen

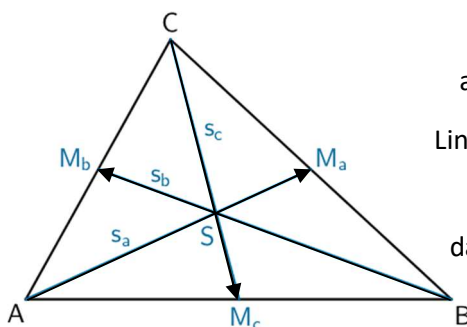
Gegeben ist die Gleichung einer Funktion

$$f(x) = \frac{\frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 6x}{(x-6) \cdot (x-1)}$$

- Bestimmen Sie Nullstellen, Polstellen und Lücken der Funktion.
- Geben Sie den maximalen Definitionsbereich an.
- Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion in der Umgebung von  $x = 1$ .
- Bestimmen Sie die Asymptote der Funktion mit Hilfe einer Polynomdivision.
- Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion für  $x \rightarrow \pm\infty$ .
- Beweisen Sie ohne Ableitung, dass  $f(x) = 2x + 1$  streng monoton wachsend ist.

### 3. Vektorrechnung

Gegeben ist ein Dreieck aus den Punkten  $A(1/1/1)$ ,  $B(-2/5/1)$  und  $C(-4/-2/5)$ .



- Drücken Sie die Seitenhalbierenden  $\vec{s}_a, \vec{s}_b$  und  $\vec{s}_c$  als Linearkombination der Vektoren  $\vec{u} = \vec{AB}$  und  $\vec{v} = \vec{AC}$  aus!
- Berechnen Sie nun die Vektoren  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  und geben Sie dann die Vektoren  $\vec{s}_a, \vec{s}_b$  und  $\vec{s}_c$  an!
- Berechnen Sie den Winkel  $\alpha$  im Punkt A.

### 4. Beweise

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt:  $n^3 - n$  ist durch 3 teilbar.